Hier ist das erste Glied $\frac{3}{10}$ und der Nenner $\frac{1}{10}$. Dieser von 1 subtrahirt bleibt $\frac{9}{10}$. Hierdurch das erste Glied dividirt giebt die Summe $= \frac{1}{3}$.

Nimmt man nur ein Glied $\frac{3}{10}$, so fehlt noch $\frac{1}{30}$. Nimmt man zwey Glieder $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} = \frac{33}{100}$ so fehlt noch $\frac{1}{300}$ zu $\frac{1}{3}$ etc.

524.

Wann diese unendliche Reihe gegeben ist:

$$9 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{9}{10000} \text{ etc.}$$

so ist das erste Glied 9, der Nenner $\frac{1}{10}$. Also 1 weniger den Nenner ist $\frac{9}{10}$. Hierdurch das erste Glied 9 dividirt, so wird die Summe $= 10$. Hier ist zu mercken, daß diese Reihe durch einen Decimal-Bruch also vorgestellet wird 9,9999999 etc.

CAPITEL 12

VON DEN UNENDLICHEN DECIMAL-BRÜCHEN

525.

Wir haben oben gesehen, daß bey den Logarithmischen Rechnungen anstatt der gemeinen Brüche Decimal-Brüche gebraucht werden; welches auch bey den andern Rechnungen mit großem Vortheil geschehen kann. Es kommt also darauf an zu zeigen, wie ein gemeiner Bruch in einen Decimal-Bruch verwandelt werde, und wie man den Wert eines Decimal-Bruchs hinwiederum durch einen gemeinen Bruch ausdrücken soll.

526.

Es sey auf eine allgemeine Art der gegebene Bruch $\frac{a}{b}$, welcher in einen Decimal-Bruch verwandelt werden soll. Da nun dieser Bruch den Quotus ausdrückt, welcher entspringt wann man den Zehler a durch den Nenner b dividirt, so schreibe man anstatt a diese Form $a,0000000$, welche offenbahr nichts anders anzeigt als die Zahl a, weil keine 10tel, keine 100tel und so fort dabey sind. Diese Form theile man nun durch die Zahl b, nach den gewöhnlichen Regeln der Division, wobey man nur in Acht zu nehmen hat, daß das

Comma welches die Decimal-Brüche von den gantzen Zahlen absondert, an seinen gehörigen Ort gesetzt werde. Dieses wollen wir nun durch nachfolgende Exempel erläutern.

Es sey erstlich der gegebene Bruch $\frac{1}{2}$ so kommt die Decimal-Division wie folget zu stehen

$$\frac{2)\ 1{,}0000000}{0{,}5000000 = \frac{1}{2}.}$$

Hieraus sehen wir daß $\frac{1}{2}$ so viel sey als 0,5000000, oder als 0,5 welches auch offenbahr ist, indem dieser Decimal-Bruch $\frac{5}{10}$ anzeigt, welches eben so viel ist als $\frac{1}{2}$.

527.

Es sey ferner der gegebene Bruch $\frac{1}{3}$ so hat man diesen Decimal-Bruch

$$\frac{3)\ 1{,}0000000}{0{,}3333333 \text{ etc.} = \frac{1}{3}.}$$

Hieraus sieht man daß dieser Decimal-Bruch, deßen Werth $= \frac{1}{3}$ ist, nirgend abgebrochen werden kann, sondern ins unendliche durch lauter 3 fortläuft. Also machen alle diese Brüche $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{3}{10000}$ etc. ohne Ende zusammen genommen just so viel als $\frac{1}{3}$, wie wir schon oben gezeigt haben.

Für $\frac{2}{3}$ findet man folgenden Decimal-Bruch der auch ins unendliche fortläuft

$$\frac{3)\ 2{,}0000000}{0{,}6666666 \text{ etc.} = \frac{2}{3}}$$

welches auch aus dem vorigen klar ist, weil dieser Bruch zwey mal so groß ist, als der vorige.

528.

Es sey der gegebene Bruch $\frac{1}{4}$ so hat man diese Decimal-Division

$$\frac{4)\ 1{,}0000000}{0{,}2500000 = \frac{1}{4}}$$

also ist $\frac{1}{4}$ so viel als 0,2500000, oder als 0,25, welches daher klar ist, daß

$$\frac{2}{10} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$$

Eben so bekommt man für $\frac{3}{4}$ diesen Decimal-Bruch

$$\begin{array}{l} 4)\ \underline{3{,}0000000} \\ \quad 0{,}7500000 = \frac{3}{4} \end{array}$$

also ist $\frac{3}{4} = 0{,}75$ das ist $\frac{7}{10} + \frac{5}{100} = \frac{75}{100}$ welcher Bruch durch 25 abgekürtzt, giebt $\frac{3}{4}$.

Wollte man $\frac{5}{4}$ in einen Decimal-Bruch verwandeln, so hätte man

$$\begin{array}{l} 4)\ \underline{5{,}0000000} \\ \quad 1{,}2500000 = \frac{5}{4} \end{array}$$

dieses ist aber $1 + \frac{25}{100}$ daß ist $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.

529.

Auf solche Art wird $\frac{1}{5} = 0{,}2$; und $\frac{2}{5} = 0{,}4$; ferner $\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{4}{5} = 0{,}8$ und $\frac{5}{5} = 1$; weiter $\frac{6}{5} = 1{,}2$ etc.

Wann der Nenner 6 ist, so finden wir $\frac{1}{6} = 0{,}1666666$ etc. welches so viel ist als $0{,}666666 - 0{,}5$. Nun aber ist $0{,}666666 = \frac{2}{3}$ und $0{,}5 = \frac{1}{2}$, folglich ist $0{,}1666666 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Ferner findet man $\frac{2}{6} = 0{,}3333333$ etc. $= \frac{1}{3}$; hingegen $\frac{3}{6}$ wird $0{,}5000000 = \frac{1}{2}$. Weiter wird $\frac{5}{6} = 0{,}8333333 = 0{,}3333333 + 0{,}5$ das ist $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

530.

Wann der Nenner 7 ist, so werden die Decimal-Brüche mehr verwirrt: Also für $\frac{1}{7}$ findet man 0,142857 etc. wobey zu mercken, daß immer diese sechs Zahlen 142857 wieder kommen. Um nun zu zeigen, daß dieser Decimal-Bruch just $\frac{1}{7}$ ausmache, so verwandele man denselben in eine Geometrische Progression, wovon das erste Glied

$= \frac{142857}{1000000}$ der Nenner aber $= \frac{1}{1000000}$; also wird die Summe $= \frac{\frac{142857}{1000000}}{1 - \frac{1}{1000000}}$.

Man multiplicire oben und unten mit 1000000 so wird diese Summ

$$= \frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}.$$

531.

Daß der gefundene Decimal-Bruch just $\frac{1}{7}$ betrage kann noch leichter folgender Gestalt gezeigt werden. Man setze für den Werth desselben den Buchstaben s also daß

$$s = 0{,}142857142857142857 \text{ etc.}$$

$$\begin{array}{rrl} \text{so wird} & 10s = & 1{,}42857142857142857 \text{ etc.} \\ & 100s = & 14{,}2857142857142857 \text{ etc.} \\ & 1000s = & 142{,}857142857142857 \text{ etc.} \\ & 10000s = & 1428{,}57142857142857 \text{ etc.} \\ & 100000s = & 14285{,}7142857142857 \text{ etc.} \\ & 1000000s = & 142857{,}142857142857 \text{ etc.} \\ & \text{Subtrahire } s = & 0{,}142857142857 \text{ etc.} \\ \hline & 999999s = & 142857 \end{array}$$

Nun theile man durch 999999, so bekommt man $s = \frac{142857}{999999}$ und dieses ist der Werth des obigen Decimal-Bruchs $\frac{1}{7}$.

532.

Eben so verwandelt man $\frac{2}{7}$ in einen Decimal-Bruch 0,28571428 etc. Dieses leitet uns darauf wie man den Werth des vorigen Decimal-Bruchs den wir s gesetzt haben leichter finden kann, weil dieser Bruch just zwey mal so groß ist als der vorige und also $= 2s$; da wir nun gehabt haben

$$\begin{array}{rrl} & 100s = & 14{,}28571428571 \text{ etc.} \\ \text{hiervon } 2s \text{ weggenommen} & 2s = & 0{,}28571428571 \text{ etc.} \\ \hline \text{bleiben} & 98s = & 14, \\ \text{dahero wird} & s = & \frac{14}{98} = \frac{1}{7}. \end{array}$$

Ferner wird $\frac{3}{7} = 0{,}42857142857$ etc. dieses ist also nach dem obigen Satz $= 3s$; wir haben aber gefunden

$$\begin{array}{rl} 10s = & 1{,}42857142857 \text{ etc.} \\ \text{Subtrahire } 3s = & 0{,}42857142857 \text{ etc.} \\ \hline \text{so wird } 7s = & 1, \text{ folglich } s = \frac{1}{7}. \end{array}$$

533.

Wann also der Nenner des gegebenen Bruchs 7 ist, so lauft der Decimal-Bruch ins unendliche, und werden darinnen 6 Zahlen immer wiederholt, wovon der Grund leicht einzusehen ist, weil bey fortgesetzter Division endlich ein mal so viel übrig bleiben muß, als man anfänglich gehabt. Es können aber nicht mehr verschiedene Zahlen übrig bleiben, als 1, 2, 3, 4, 5, 6, also müßen von der sechsten Division an wieder eben die Zahlen herauskommen als vom Anfang. Wann aber der Nenner so beschaffen ist, daß die Division endlich aufgeht, so fält dieses weg.

534.

Es sey der Nenner des Bruchs 8, so werden folgende Decimal-Brüche gefunden:

$$\tfrac{1}{8} = 0{,}125;\ \tfrac{2}{8} = 0{,}250;\ \tfrac{3}{8} = 0{,}375;\ \tfrac{4}{8} = 0{,}500;$$

$$\tfrac{5}{8} = 0{,}625;\ \tfrac{6}{8} = 0{,}750;\ \tfrac{7}{8} = 0{,}875 \text{ etc.}$$

535.

Ist der Nenner 9 so findet man folgende Decimal-Brüche $\frac{1}{9} = 0{,}111$ etc. $\frac{2}{9} = 0{,}222$ etc. $\frac{3}{9} = 0{,}333$ etc. Ist aber der Nenner 10 so bekommt man folgende Brüche $\frac{1}{10} = 0{,}100$; $\frac{2}{10} = 0{,}2$; $\frac{3}{10} = 0{,}3$ wie aus der Natur der Sache erhellet. Eben so wird $\frac{1}{100} = 0{,}01$; $\frac{37}{100} = 0{,}37$; ferner $\frac{256}{1000} = 0{,}256$; weiter $\frac{24}{10000} = 0{,}0024$; welches für sich offenbahr.

536.

Es sey der Nenner des Bruchs 11, so findet man diesen Decimal-Bruch $\frac{1}{11} = 0{,}0909090$ etc. Wäre nun dieser Bruch gegeben und man wollte seinen Werth finden so setze man denselben $= s$. Es wird also $s = 0{,}0909090$ und $10s = 0{,}909090$. Weiter $100s = 9{,}09090$. Hievon s subtrahirt, so wird $99s = 9$ und dahero $s = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$. Ferner wird

$$\tfrac{2}{11} = 0{,}181818;\ \tfrac{3}{11} = 0{,}272727;\ \tfrac{6}{11} = 0{,}545454.$$

537.

Hier sind nun diejenigen Decimal-Brüche sehr merckwürdig, da einige Zahlen immer wiederholt werden und solcher Gestalt ins unendliche fortgehen. Wie nun von solchen Brüchen der Werth leicht zu finden sey, soll so gleich gezeigt werden.

Es werde erstlich nur eine Zahl wiederholt, welche sey $= a$ so haben wir $s = 0{,}aaaaaaa$. Diesemnach wird

$$10s = a{,}aaaaaaa.$$

$$\text{Subtrahire } \underline{s = 0{,}aaaaaaa}$$

$$\text{so wird } 9s = a, \text{ folglich } s = \frac{a}{9}.$$

Werden immer zwey Zahlen wiederholt, als ab, so hat man $s = 0{,}abababa$. Daher wird $100s = ab{,}ababab$; hievon s subtrahirt, bleibt $99s = ab$; also $s = \frac{ab}{99}$.

Werden drey Zahlen als abc immer wiederholt, so hat man $s = 0{,}abcabcabc$; folglich $1000s = abc{,}abcabc$. Hievon das obige subtrahirt, bleibt $999s = abc$; also $s = \frac{abc}{999}$ und so weiter.

538.

So oft also ein solcher Decimal-Bruch vorkommt, so ist es leicht seinen Werth anzuzeigen: also wann dieser gegeben wäre 0,296296; so wird sein Werth seyn $= \frac{296}{999}$. Dieser Bruch durch 37 abgekürtzt wird $= \frac{8}{27}$.

Hieraus muß nun hinwiederum der obige Decimal-Bruch entspringen; um dieses leichter zu zeigen, weil $27 = 3 \cdot 9$, so theile man 8 erstlich durch 9, und den Quotus ferner durch 3, wie folget:

$$\begin{array}{r} 9)\ 8{,}0000000 \\ 3)\ 0{,}8888888 \\ \hline 0{,}2962962 \text{ etc.} \end{array}$$

Welches der gegebene Decimal-Bruch ist.

539.

Um noch ein Exempel zu geben, so verwandele man diesen Bruch

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}$$

in einen Decimal-Bruch welches folgender Gestalt geschieht.

$$
\begin{array}{r|l}
2) & 1{,}000\,000\,000\,000\,00 \\ \hline
3) & 0{,}500\,000\,000\,000\,00 \\ \hline
4) & 0{,}166\,666\,666\,666\,66 \\ \hline
5) & 0{,}041\,666\,666\,666\,66 \\ \hline
6) & 0{,}008\,333\,333\,333\,33 \\ \hline
7) & 0{,}001\,388\,888\,888\,88 \\ \hline
8) & 0{,}000\,198\,412\,698\,41 \\ \hline
9) & 0{,}000\,024\,801\,587\,30 \\ \hline
10) & 0{,}000\,002\,755\,731\,92 \\ \hline
 & 0{,}000\,000\,275\,573\,19
\end{array}
$$

CAPITEL 13

VON DEN INTERESSEN-RECHNUNGEN

540.

Die Interessen oder Zinsen von einem Capital pflegen in Procento ausgedrückt zu werden, indem man sagt wie viel von 100 jährlich bezahlt werden. Gemeiniglich wird das Geld zu 5 p. C. ausgelegt, also daß von 100 Rthl. jährlich 5 Rthl. Interessen gezahlt werden. Hieraus ist nun klar und leicht, den Zins von einem jeglichen Capital zu berechnen, indem man nach der Regeldetri sagt:

100 geben 5 was giebt das gegebene Capital. Es sey z. E. das Capital 860 Rthl. so findet man den jährlichen Zins

$$
\begin{array}{r}
100 : 5 = 860 \text{ zu} \ldots \\
5 \\ \hline
100)\ 4300 \\ \hline
43
\end{array}
\qquad \text{Antwort 43 Rthl.}
$$

541.

Bey Berechnung dieses einfachen Interesse wollen wir uns nicht aufhalten, sondern die Interessen auf Interessen betrachten, da jährlich die Zinsen wieder zum Capital geschlagen und dadurch das Capital vermehret