DES ERSTEN THEILS DRITTER ABSCHNITT

VON DEN VERHÄLTNISSEN UND PROPORTIONEN

CAPITEL 1

VON DER ARITHMETISCHEN VERHÄLTNISS ODER DEM UNTERSCHEID ZWISCHEN ZWEYEN ZAHLEN

378.

Entweder sind zwey Größen einander gleich, oder einander ungleich. Im letztern Fall ist eine größer als die andere, und wann man nach ihrer Ungleichheit fragt, so kann dies auf zweyerley weise geschehen; dann entweder fragt man um wie viel die eine größer sey als die andere? oder man fragt wie viel mal die eine größer sey als die andere? Beyderley Bestimmung wird ein Verhältniß genennt, und die erstere pflegt eine Arithmetische Verhältniß, die letztere aber eine Geometrische genennt zu werden. Welche Benennungen aber mit der Sache selbst keine Gemeinschaft haben, sondern willkührlich eingeführt worden sind.

379.

Es versteht sich hier von selbsten, daß die Größen einerley Art seyn müßen, weil sonsten nichts von ihrer Gleichheit, oder Ungleichheit bestimmt werden kann. Dann es würde ungereimt seyn wann einer z. E. fragen wolte, ob 2 ℔ und 3 Ellen einander gleich oder ungleich wären? Dahero ist hier allenthalben von Größen einerley Art die Rede, und da sich dieselbe immer durch Zahlen anzeigen laßen, so wird wie schon anfänglich gemeldet worden, hier nur von bloßen Zahlen gehandelt.

380.

Wann also von zwey Zahlen gefragt wird um wie viel die eine größer sey als die andere, so wird durch die Antwort ihr Arithmetisches Verhältniß bestimmt. Da nun solches geschiehet, wann man den Unterscheid zwischen den beyden Zahlen anzeigt, so ist ein Arithmetisches Verhältniß nichts anders als der Unterscheid zwischen zweyen Zahlen. Welches letztere Wort (Unterscheid) füglicher gebraucht wird, so daß das Wort Verhältniß nur allein bey den so genanten Geometrischen Verhältnißen beybehalten wird.

381.

Der Unterscheid zwischen zweyen Zahlen wird aber gefunden, wann man die kleinere von der größern subtrahirt und dadurch erhält man die Antwort auf die Frage um wie viel die eine größer sey als die andere. Wann also die beyden Zahlen einander gleich sind, so ist der Unterscheid nichts oder Null und wann man fragt um viel die eine größer sey als die andere? so muß man antworten, um nichts. Da z. E. $6 = 2 \cdot 3$ so ist der Unterscheid zwischen 6 und $2 \cdot 3$ nichts.

382.

Sind aber die beyden Zahlen ungleich als 5 und 3 und man fragt um wie viel 5 größer sey als 3, so ist die Antwort um 2; welche gefunden wird wann man 3 von 5 subtrahiret. Eben so ist 15 um 5 größer als 10, und 20 ist um 8 größer als 12.

383.

Hier kommen also drey Sachen zu betrachten vor; erstlich die größere Zahl, zweytens die kleinere, und drittens der Unterscheid, welche unter sich eine solche Verbindung haben, daß man immer aus zwey derselben die dritte finden kann. Es sey die größere $= a$ die kleinere $= b$ und der Unterscheid, welcher auch die Differenz genennt wird, $= d$: so wird der Unterscheid d gefunden, wann man b von a subtrahirt, also daß $d = a - b$; woraus erhellet, wie man, wann a und b gegeben sind, d finden soll.

384.

Wann aber die kleinere Zahl b nebst dem Unterscheid d gegeben ist, so wird die größere daraus gefunden, wann man den Unterscheid zu der kleinern Zahl addirt, daher bekommt man die größere $a = b + d$. Dann wann man von $b+d$ die kleinere b abzieht, so bleibt übrig d, welches der vorgegebene Unterscheid ist. Gesetzt die kleinere Zahl sey 12 und der Unterscheid 8 so wird die größere seyn $=20$.

385.

Wann aber die größere Zahl a nebst dem Unterscheid d gegeben ist, so wird die kleinere b gefunden, wann man den Unterscheid von der größeren Zahl subtrahirt. Dahero bekommt man $b=a-d$. Dann wann ich diese Zahl $a-d$ von der größeren a subtrahire, so bleibt übrig d, welches der gegebene Unterscheid ist.

386.

Diese drey Zahlen a, b, d sind also dergestalt mit einander verbunden, daß man daraus die drey folgenden Bestimmungen erhält. 1stens hat man $d=a-b$, 2tens $a=b+d$ und 3tens $b=a-d$, und wann von diesen drey Vergleichungen eine wahr ist, so sind auch die beyden andern nothwendig wahr. Wann dahero überhaupt $z=x+y$, so ist auch nothwendig $y=z-x$ und $x=z-y$.

387.

Bey einem solchem Arithmetischen Verhältniß ist zu mercken, daß wann zu den beyden Zahlen a und b eine beliebige Zahl c entweder addirt, oder davon subtrahirt wird, der Unterscheid eben derselbe bleibet. Also wann d der Unterscheid ist zwischen a und b so ist auch d der Unterscheid zwischen den beyden Zahlen $a+c$ und $b+c$, und auch zwischen $a-c$ und $b-c$. Da zum Exempel zwischen diesen Zahlen 20 und 12 der Unterscheid 8 ist, so bleibt auch dieser Unterscheid, wann man zu denselben Zahlen 20 und 12 eine Zahl nach Belieben entweder addirt oder subtrahirt.

388.

Der Beweis hievon ist offenbahr. Dann wann $a-b=d$ so ist auch $(a+c)-(b+c)=d$. Eben so wird auch seyn $(a-c)-(b-c)=d$.

389.

Wann die beyden Zahlen a und b verdoppelt werden, so wird auch der Unterscheid zweymal so groß. Wann also $a-b=d$ so wird seyn $2a-2b=2d$; und allgemein wird man haben $na-nb=nd$, was man auch immer vor eine Zahl für n annimmt.