einen neuen Begriff von dem Unendlichen, nemlich daß dasselbe herauskomme wann man 1 durch 0 dividiret; folglich kan man mit Grund sagen, daß 1 durch 0 dividiret eine unendlich große Zahl oder ∞ anzeige.

84.

Hier ist nöthig noch einen ziemlich gemeinen Irrthum aus dem Weg zu räumen, indem viele behaupten, ein unendlich großes könne weiter nicht vermehret werden. Dieses aber kan mit obigen richtigen Gründen nicht bestehen.

Dann da $\frac{1}{0}$ eine unendlich große Zahl andeutet, und $\frac{2}{0}$ ohnstreitig zweymal so groß ist; so ist klar, daß auch so gar eine unendlich große Zahl noch 2mal größer werden könne.

CAPITEL 8

VON DEN EIGENSCHAFFTEN DER BRÜCHE

85.

Wie wir oben gesehen haben, daß jeder dieser Brüche,

$$\frac{2}{2},\ \frac{3}{3},\ \frac{4}{4},\ \frac{5}{5},\ \frac{6}{6},\ \frac{7}{7},\ \frac{8}{8},\ \text{und so fort,}$$

ein Gantzes ausmache und folglich alle unter einander gleich sind; so sind auch folgende Brüche,

$$\frac{2}{1},\ \frac{4}{2},\ \frac{6}{3},\ \frac{8}{4},\ \frac{10}{5},\ \frac{12}{6},\ \text{u. s. f.}$$

einander gleich, weil ein jeder derselben zwey gantze ausmacht: dann es giebt der Zehler eines jeglichen, durch seinen Nenner dividirt 2. Eben so sind alle diese Brüche,

$$\frac{3}{1},\ \frac{6}{2},\ \frac{9}{3},\ \frac{12}{4},\ \frac{15}{5},\ \frac{18}{6},\ \text{u. s. f.}$$

einander gleich, weil der Werth eines jeglichen 3 beträgt.

86.

Gleicher Gestalt läßt sich auch der Werth eines jeglichen Bruchs auf unendlich vielerley Arten vorstellen. Denn wann man so wohl den Zehler als den Nenner eines Bruchs mit eben derselben Zahl, so nach Belieben genommen werden kan, multipliciret, so behält der Bruch immer eben denselben Werth. Also sind alle diese Brüche,

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{6},\ \frac{4}{8},\ \frac{5}{10},\ \frac{6}{12},\ \frac{7}{14},\ \frac{8}{16},\ \frac{9}{18},\ \frac{10}{20},\ \text{u. s. f.}$$

einander gleich, und ein jeder so viel als $\frac{1}{2}$. Eben so sind auch alle diese Brüche,

$$\frac{1}{3},\ \frac{2}{6},\ \frac{3}{9},\ \frac{4}{12},\ \frac{5}{15},\ \frac{6}{18},\ \frac{7}{21},\ \frac{8}{24},\ \frac{9}{27},\ \frac{10}{30},\ \text{u. s. f.}$$

einander gleich, und ein jeder so viel als $\frac{1}{3}$. Ferner auch diese,

$$\frac{2}{3},\ \frac{4}{6},\ \frac{6}{9},\ \frac{8}{12},\ \frac{10}{15},\ \frac{12}{18},\ \frac{14}{21},\ \frac{16}{24},\ \text{u. s. f.}$$

einander gleich; weswegen auf eine allgemeine Art dieser Bruch $\frac{a}{b}$ auf folgende Arten kann vorgestellt werden,

$$\frac{a}{b},\ \frac{2a}{2b},\ \frac{3a}{3b},\ \frac{4a}{4b},\ \frac{5a}{5b},\ \frac{6a}{6b},\ \text{und so ferner,}$$

davon ein jeder so groß ist, als der erste $\frac{a}{b}$.

87.

Um dieses zu beweisen, darf man nur für den Werth des Bruchs $\frac{a}{b}$ einen besondern Buchstaben, als c, schreiben, dergestalt, daß c der Quotus sey, wann man a durch b dividirt. Nun aber ist gezeigt worden, daß wann man den Quotus c mit dem Divisor b multiplicirt das Dividend heraus kommen müße.

Da nun c mit b multiplicirt a giebt, so wird c mit $2b$ multiplicirt $2a$ geben, und c mit $3b$ multiplicirt wird $3a$ geben; und also überhaupt c mit mb multiplicirt muß ma geben.

Macht man hieraus wieder ein Divisions-Exempel und dividirt das Product ma durch den einen Factor mb, so muß der Quotus dem andern Factor c gleich seyn: nun aber giebt ma durch mb dividirt den Bruch $\frac{ma}{mb}$, deßen Werth folglich c ist. Weil aber c dem Werth des Bruchs $\frac{a}{b}$ gleich ist, so ist offenbar, daß der Bruch $\frac{ma}{mb}$ dem Bruch $\frac{a}{b}$ gleich sey, man mag statt m eine Zahl annehmen, was man für eine will.

88.

Da nun ein jeglicher Bruch durch unendlich viele Formen kan vorgestellt werden, von welchen eine jede eben denselben Werth enthält, so ist ohnstreitig, daß derjenige am leichtesten zu begreiffen sey, welcher aus den kleinsten Zahlen besteht; als da anstatt $\frac{2}{3}$ ein jeder von folgenden Brüchen, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$, und so fort nach Willkühr gesetzt werden könnte, so wird wohl niemand zweiffeln, daß nicht die Form $\frac{2}{3}$ dennoch am leichtesten unter allen zu begreiffen sey. Hierbey kommt nun diese Frage vor, wie man einen Bruch, der nicht in seine kleinsten Zahlen ausgedruckt ist, als z. E. $\frac{8}{12}$, in seine kleinste Form, nemlich in $\frac{2}{3}$, bringen könne.

89.

Diese Frage wird leicht aufzulösen seyn, wann man bedencket, daß ein jeder Bruch seinen Werth behalte, wenn so wohl sein Zehler als Nenner mit einerlei Zahl multiplicirt wird. Denn daher erfolgt, daß wann man auch den Zehler und Nenner eines Bruchs durch eben dieselbe Zahl dividiret, der Bruch immer eben denselben Werth behalte. Dieses wird noch leichter aus der allgemeinen Form $\frac{na}{nb}$ ersehen. Dann wann man so wohl den Zehler na als den Nenner nb durch die Zahl n dividiret, so kommt der Bruch $\frac{a}{b}$ heraus, welcher jenem gleich ist, wie schon oben gezeigt worden.

90.

Um nun einen vorgegebenen Bruch in seine kleinste Form zu bringen, so muß man solche Zahlen finden können, wodurch sich so wohl der Zehler, als der Nenner theilen läßt. Eine solche Zahl nun wird ein *gemeiner Theiler* genennt, und so lang man zwischen dem Zehler und Nenner einen gemeinen Theiler anzeigen kan, so lang läßt sich der Bruch in eine kleinere Form bringen; wann aber kein gemeiner Theiler außer 1 weiter statt findet, so ist der Bruch schon in seine kleinste Form gebracht.

91.

Um dieses zu erläutern wollen wir den Bruch $\frac{48}{120}$ betrachten. Hier sieht man so gleich, daß sich Zehler und Nenner durch 2 theilen laßen, als woraus der Bruch $\frac{24}{60}$ entsteht. Diese beyde laßen sich nun noch einmahl durch 2 theilen und giebt die Theilung folgenden Bruch $\frac{12}{30}$, wo 2 abermahlen ein gemeiner Theiler ist und $\frac{6}{15}$ herauskommen. Hier ist aber klar, daß sich der Zehler und Nenner noch durch 3 theilen laße, woraus der Bruch $\frac{2}{5}$ entspringt, welcher dem vorgegebenen gleich ist, und sich in der kleinsten Form befindet, weil die Zahlen 2 und 5 weiter keinen gemeinen Theiler haben außer 1, wodurch aber die Zahlen nicht kleiner werden.

92.

Diese Eigenschaft der Brüche, daß wann man so wohl den Zehler als Nenner mit eben der Zahl entweder multiplicirt oder dividiret, der Werth des Bruchs ohnverändert bleibe, ist von der größten Wichtigkeit und wird gemeiniglich darauf die gantze Lehre von den Brüchen gegründet. Es laßen sich z. E. zwey Brüche nicht wohl zusammen addiren, oder von einander subtrahiren, ehe man nicht dieselben in andere Formen gebracht, deren Nenner einander gleich sind; wovon im folgenden Capitel gehandelt werden soll.

93.

Hier wollen wir nur noch bemercken, daß auch alle gantze Zahlen in Form eines Bruchs vorgestellt werden können. Also ist zum Exempel 6 so viel als $\frac{6}{1}$, weil 6 durch 1 dividirt auch 6 giebt. Und daher entstehen noch diese Formen,

$$\frac{12}{2},\ \frac{18}{3},\ \frac{24}{4},\ \frac{36}{6},\ \text{u. s. f.}$$

welche alle eben denselben Werth, nemlich 6, in sich haben.

CAPITEL 9

VON DER ADDITION UND SUBTRACTION DER BRÜCHE

94.

Wann die Brüche gleiche Nenner haben, so hat es keine Schwierigkeit dieselben zu addiren und zu subtrahiren, indem $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ so viel als $\frac{5}{7}$ und $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$ so viel als $\frac{2}{7}$ ist. In diesem Fall verrichtet man die Addition und