Woraus erhellet, daß nur diejenige Potestäten, deren Exponenten ungerade Zahlen sind, negativ werden; hingegen sind diejenige Potestäten, deren Exponenten grade sind, alle Positiv. Also haben die dritte, fünfte, siebente, neunte, Potestäten der negativen Zahlen alle das Zeichen —.

Die zweyte, vierte, sechste, achte, Potestäten hingegen alle das Zeichen +.

CAPITEL 17

VON DEN RECHNUNGS-ARTEN MIT DEN POTESTÄTEN

180.

In Ansehung der Addition und Subtraction ist hier nichts zu bemercken, indem verschiedene Potestäten nur mit dem Zeichen + und — verbunden werden.

Also ist $a^3 + a^2$ die Summa von der dritten und zweyten Potestät des a; und $a^5 - a^4$ ist der Rest, wann von der fünften Potestät die vierte abgezogen wird, und beydes kann nicht kürtzer ausgedrückt werden. Wann aber gleiche Potestäten vorkommen, so ist klar, daß für $a^3 + a^3$ geschrieben werden kann $2a^3$ etc.

181.

Bey der Multiplication solcher Potestäten aber kommt verschiedenes zu bemercken vor. Erstlich wann eine jede Potestät von a mit der Zahl a selbsten multiplicirt werden soll, so kommt die folgende Potestät heraus, deren Exponens um 1 größer ist. Also a^2 mit a multiplicirt giebt a^3, und a^3 mit a multiplicirt giebt a^4 etc. Eben so mit denjenigen deren Exponenten negativ sind, wann dieselben mit a multiplicirt werden sollen, darf man nur zu dem Exponens 1 addiren: Also a^{-1} mit a multiplicirt giebt a^0 das ist 1, welches daraus klar ist, weil a^{-1} so viel als $\frac{1}{a}$ ist welches mit a multiplicirt $\frac{a}{a}$ giebt, das ist 1. Eben so mit a^{-2}, wann solches mit a multiplicirt werden soll giebt a^{-1}, das ist $\frac{1}{a}$, und a^{-10} mit a multiplicirt, giebt a^{-9}, und so fort.

182.

Wann aber eine Potestät mit aa, oder mit der zweiten Potestät multiplicirt werden soll, so wird der Exponens um 2 größer; also a^2 mit a^2 multiplicirt giebt a^4, und a^3 mit a^2 multiplicirt giebt a^5; ferner a^4 mit a^2 multiplicirt giebt a^6, und überhaupt a^n mit a^2 multiplicirt giebt a^{n+2}. Eben so mit den Negativ-Exponenten, als a^{-1} mit a^2 multiplicirt, giebt a^1 das ist a, welches daraus klar ist, weil a^{-1} ist $\frac{1}{a}$, dieses mit aa multiplicirt giebt $\frac{aa}{a}$, das ist a. Eben so giebt a^{-2} mit a^2 multiplicirt a^0, das ist 1, ferner a^{-3} mit a^2 multiplicirt giebt a^{-1}.

183.

Eben so ist klar, daß wann eine jegliche Potestät mit der dritten Potestät von a, oder mit a^3 multiplicirt werden soll, der Exponens derselben um 3 vermehrt werden müße; oder a^n mit a^3 multiplicirt giebt a^{n+3}. Und überhaupt wann zwey Potestäten von a mit einander multiplicirt werden sollen, so ist das Product wieder eine Potestät von a, deren Exponens die Summa ist von jenen Exponenten. Also a^4 mit a^5 multiplicirt giebt a^9, und a^{12} mit a^7 multiplicirt giebt a^{19} etc.

184.

Aus diesem Grund können die hohen Potestäten von bestimmten Zahlen ziemlich leicht gefunden werden; als wann man zum Exempel die XXIVte Potestät von 2 haben wolte, so würde man dieselbe finden, wann man die XIIte Potestät mit der XIIte Potestät multiplicirt, weil 2^{24} so viel ist, als 2^{12} mit 2^{12} multiplicirt. Nun aber ist 2^{12}, so wie wir oben gesehen haben, 4096: daher multiplicirt man 4096 mit 4096 so wird das Product 16777216 die verlangte Potestät, nemlich 2^{24} anzeigen.

185.

Bey der Division ist folgendes zu mercken. Erstlich wann eine Potestät von a durch a dividirt werden soll, so wird ihr Exponent um 1 kleiner, oder man muß 1 davon subtrahiren. Also a^5 durch a dividirt giebt a^4, und a^0, das ist 1, durch a dividirt giebt a^{-1} oder $\frac{1}{a}$. Ferner a^{-3} durch a dividirt giebt a^{-4}.

186.

Wann hernach eine Potestät von a durch a^2 dividirt werden soll, so muß man von dem Exponenten derselben 2 abziehen, und wollte man dieselbe durch a^3 dividiren, so müßte man von ihrem Exponenten 3 abziehen. Und also überhaupt was für eine Potestät auch immer von a durch eine andere dividirt werden soll, so muß man von dem Exponenten der erstern den Exponenten der andern subtrahiren. Also a^{15} durch a^7 dividirt giebt a^8, und a^6 durch a^7 dividirt giebt a^{-1}. Ferner auch a^{-3} durch a^4 dividirt giebt a^{-7}.

187.

Hieraus ist leicht zu begreiffen wie Potestäten von Potestäten gefunden werden müßen, weil solches durch die Multiplication geschieht. Also wann man die zweyte Potestät, oder das Quadrat von a^3 verlangt, so ist dasselbe a^6, und die dritte Potestät, oder der Cubus von a^4 wird seyn a^{12}; woraus erhellet, daß um das Quadrat einer Potestät zu finden, der Exponent derselben nur verdoppelt werden müße. Also von a^n ist das Quadrat a^{2n}, und der Cubus, oder die dritte Potestät von a^n wird seyn a^{3n}. Eben so wird auch die siebente Potestät von a^n gefunden a^{7n}, und so fort.

188.

Das Quadrat von a^2 ist a^4, das ist die vierte Potestät von a, welche dahero das Quadrat des Quadrats ist. Hieraus erhellet, warum man die vierte Potestät ein Biquadrat oder auch ein Quadratoquadrat nennet.

Weil ferner von a^3 das Quadrat a^6 ist, so pflegt auch die sechste Potestät ein Quadrato-Cubus genennt zu werden.

Endlich auch weil der Cubus von a^3 ist a^9, das ist die neunte Potestät von a, so pflegt dieselbe deswegen auch ein Cubocubus genennt zu werden. Mehrere Nahmen sind heut zu Tage nicht üblich.

CAPITEL 18

VON DEN WURZELN IN ABSICHT AUF ALLE POTESTÄTEN

189.

Weil die Quadrat-Wurzel einer gegebenen Zahl eine solche Zahl ist, deren Quadrat derselben gleich ist, und die Cubic-Wurzel eine solche, deren Cubus ihr gleich ist, so können auch von einer jeden gegebenen Zahl solche Wurzeln angezeigt werden, deren vierte oder fünfte, oder eine beliebige andre Potestät derselben gegebenen Zahl gleich ist. Um diese verschiedene Arten von Wurzeln von einander zu unterscheiden, wollen wir die Quadrat-Wurzel